

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2026

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. TÊTEL

(30 punct)

- 5p 1. Igazold az $i^{2026} = \log_2 0,5$ egyenlőséget.
- 5p 2. Legyenek x_1 és x_2 az $x^2 - 3x - 2 = 0$ egyenlet gyökei. Bizonyítsd be, hogy $x_1^2 + x_2^2 < \sqrt{170}$.
- 5p 3. Oldd meg $\mathbb{R}$ -ben az $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ egyenletet.
- 5p 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy az $\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ halmaz egy részhalmaza legalább 5 elemet tartalmaz.
- 5p 5. Az xOy rendszerben tekintsük az $A(2,3)$, $B(5,1)$ és $C(3,-5)$ pontokat. Határozd meg az ABC háromszög A pontjából induló oldalfelezőjének hosszát!
- 5p 6. Adottak $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$. Igazold a $\frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)} = \operatorname{tg} x$ egyenlőséget.

II. TÊTEL

(30 punct)

1. Adott az $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ -b & 0 & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid a^2 + b^2 = 1 \right\}$ halmaz.
- 5p a) Bizonyítsd be, hogy a $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ mátrix eleme az $\mathcal{A}$ halmaznak!
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy bármilyen $U, V \in \mathcal{A}$ mátrixok esetén $U \cdot V \in \mathcal{A}$.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy bármilyen $U \in \mathcal{A}$ mátrix esetén $U^{-1} \in \mathcal{A}$.
2. Tekintsük az $M = [0; \infty)$ halmazt és az $x \oplus y = x + 9y - 6\sqrt{xy}$ bármilyen $x, y \geq 0$ esetén, képlettel értelmezett " $\oplus$ " műveletet.
- 5p a) Bizonyítsd be, hogy $4 \oplus 9 = 49$.
- 5p b) Oldd meg M -ben az $x \oplus 1 = 10$ egyenletet.
- 5p c) Vizsgáld meg, hogy a " $\oplus$ " műveletre nézve van-e semleges eleme az M halmaznak?

III. TÊTEL

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ függvény.
- 5p a) Bizonyítsd be, hogy az $f'(x) = 0$ egyenletnek csak egy valós megoldása van.
- 5p b) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(1,99) + f(2,01) < f(1,97) + f(2,03)$.
2. Legyenek $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olyan függvények, melyek az $f(x) = x \cos x + \sin x$ és $g(x) = x \sin x$ összefüggésekkel vannak értelmezve.
- 5p a) Bizonyítsd be, hogy a g függvény az f függvény egy primitív függvénye.
- 5p b) Számítsd ki: $\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x) \ln x \, dx$.
- 5p c) Számítsd ki: $\int_1^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x f(x^2) \ln x \, dx$.